

電子の比電荷の測定

[実験テーマの概要]

ヘルムホルツコイルで作られた一様な磁界中での電子の円軌道の直径から比電荷 e/m を求める。

予習項目

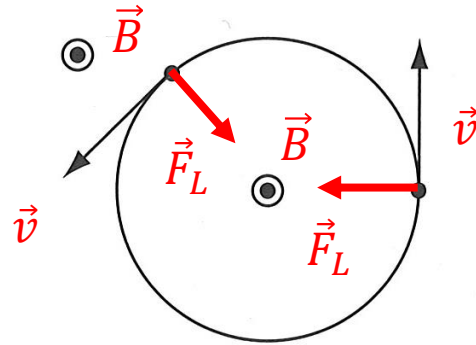
- (1) ローレンツ力とはどのような作用か？
- (2) 大きさと向きが一定の磁場があり、一定速度で運動してきた電子が、この磁場の向きに対して垂直に磁場中に入った。電子の運動は、どのような運動になるか、説明せよ。
- (3) 比電荷とは、何か？ 代表的な粒子の比電荷を調べよ。また、調べた文献名を記録しておきなさい。

ローレンツ力と電子の等速円運動

速度 \vec{v} で運動している電気量 e の電子が磁場 \vec{B} 中に入ると、電子は力の作用 \vec{F}_L を受けることで、軌道が変化する。この力の作用をローレンツ力と呼ぶ。

このとき、ローレンツ力は、

$$\vec{F}_L = e\vec{v} \times \vec{B}$$



のように書ける。式中の \times はベクトルの外積計算を表す。

この関係は、ローレンツ力は磁場の向きと電子の速度の向きの両方に対して垂直な向きに働く。

一方、ローレンツ力は電子の速度に対して垂直に働くため、仕事をしない。つまり速度の大きさ(速さ)は変わらない。

このとき、円運動をする電子の動径方向の運動方程式は、軌道半径を r とすると

$$m \frac{v^2}{r} = evB$$

のように書けるので、比電荷 e/m は、

$$\frac{e}{m} = \frac{v}{Br}$$

となる。

ローレンツ力と電子の等速円運動

電子銃を用いて電子に加速電圧 V を加えることで、電子に仕事 W を与える。

$$W = eV$$

仕事をされると電子の運動エネルギーは変化する。その量 ΔK との間には、仕事＝運動エネルギーの定理が成り立つので、

$$W = eV = \frac{1}{2}mv^2 - 0 = \Delta K$$

$$v = \sqrt{\frac{2eV}{m}}$$

となる。従って、電子の速さが電子銃での加速電圧で決定される。

これらの関係をまとめる。

$$\frac{e}{m} = \frac{v}{Br} = \frac{1}{Br} \sqrt{\frac{2eV}{m}}$$

円軌道の半径は

$$r = \sqrt{\frac{2V}{(e/m)B}} \frac{1}{B}$$

電子の円軌道の直径 $D = 2r$ の2乗と加速電圧 V の関係は

$$D^2 = \frac{8}{B^2(e/m)}V$$

となる。 $D^2 = a_1V$ と書くと、比例係数 a_1 を用いて、比電荷が次のように得られる。

$$\frac{e}{m} = \frac{8}{B^2 a_1}$$

ヘルムホルツコイル

コイルに電流が流れると右図のような磁場が生じる。この特徴はコイルの中心付近では、図の右向きの磁場が生じる。

半径 R の2つのコイルを距離 R だけ離して、中心軸を一致させたコイルをヘルムホルツコイルと呼ぶ

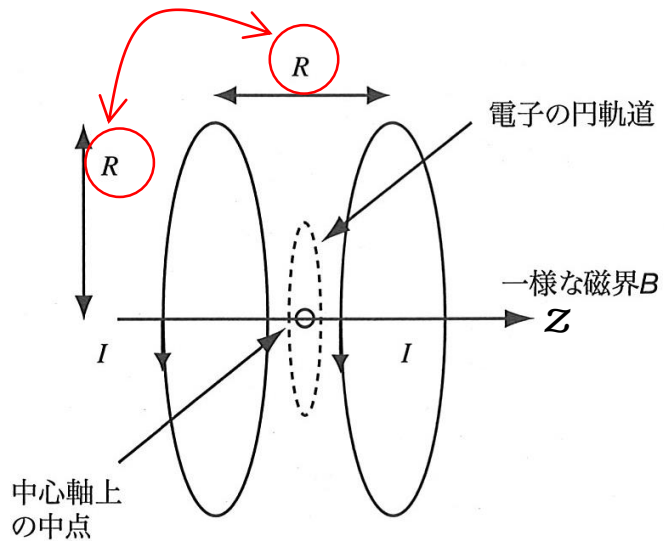
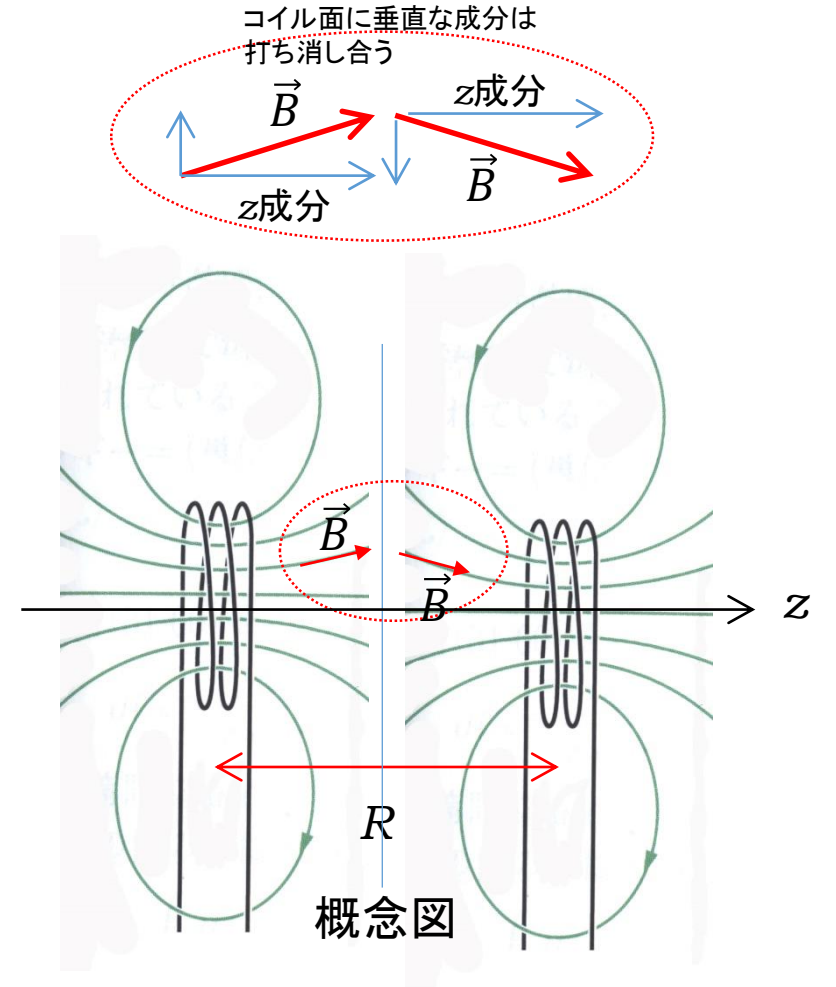
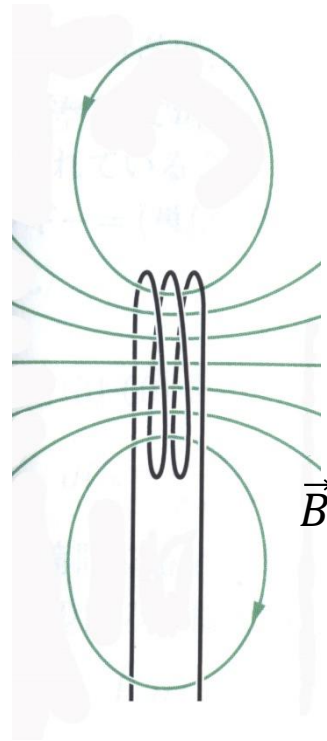


図 5.42 ヘルムホルツコイル

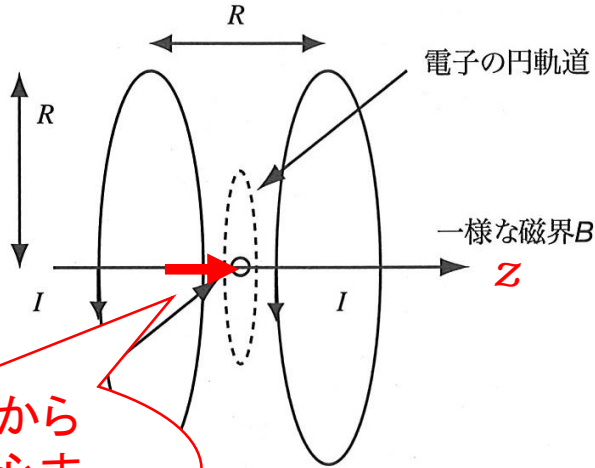


上図の様に、ヘルムホルツコイルの中央・中心軸付近の磁場が一様になる。

ビオサバールの法則を用いると、コイルの中心軸上の磁場の大きさ次のように書ける。

$$B = \frac{\mu_0 IR^2}{2(R^2 + z^2)^{3/2}}$$

ここで $\mu_0 = 1.256\ 637\ 062\ 12\ (19) \times 10^{-6} \text{ N/A}^2$ は真空の透磁率である。



コイルの中心から
コイル間の中心ま
での距離 $R/2$

図.42 ヘルムホルツコイル

コイル中心($z=0$)では、

$$B = \frac{\mu_0 IR^2}{2(R^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

となり、円形コイルの中心の磁場が得られる。
ヘルムホルツコイルの中心では、

$$B = 2 \frac{\mu_0 IR^2}{2(R^2 + (R/2)^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 IR^2}{(5R^2/4)^{3/2}}$$

$$= \left(\frac{4}{5}\right)^{\frac{3}{2}} \frac{\mu_0 I}{R}$$

となる。コイルが n 回巻なら

$$B = \left(\frac{4}{5}\right)^{\frac{3}{2}} \frac{\mu_0 nI}{R}$$

となる。