

運動量保存の法則

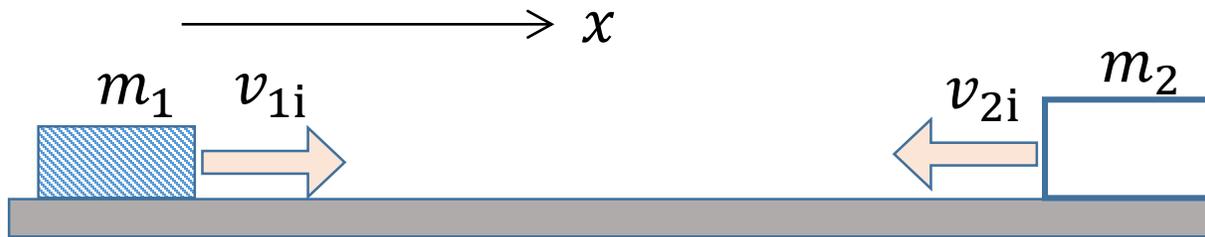
4.4 エアートラックを用いた速度・加速度の測定3

予習項目

物理学実験指針の該当ページをよく読みなさい。

- (1) 運動量とは何か？概念や定義をノートに書きなさい。
- (2) 運動量の保存則とは何か？ノートに書きなさい。
- (3) 問1～2の解答をノートに書け。

運動量とは、物体の運動の勢い（激しさ）を表す量の1つである。着目しているいくつかの物体の集まり（系）の運動量を考える。



質量 m [kg] の物体が速度 \vec{v} [m/s] で運動しているとき、

$$\vec{P} = m\vec{v}$$

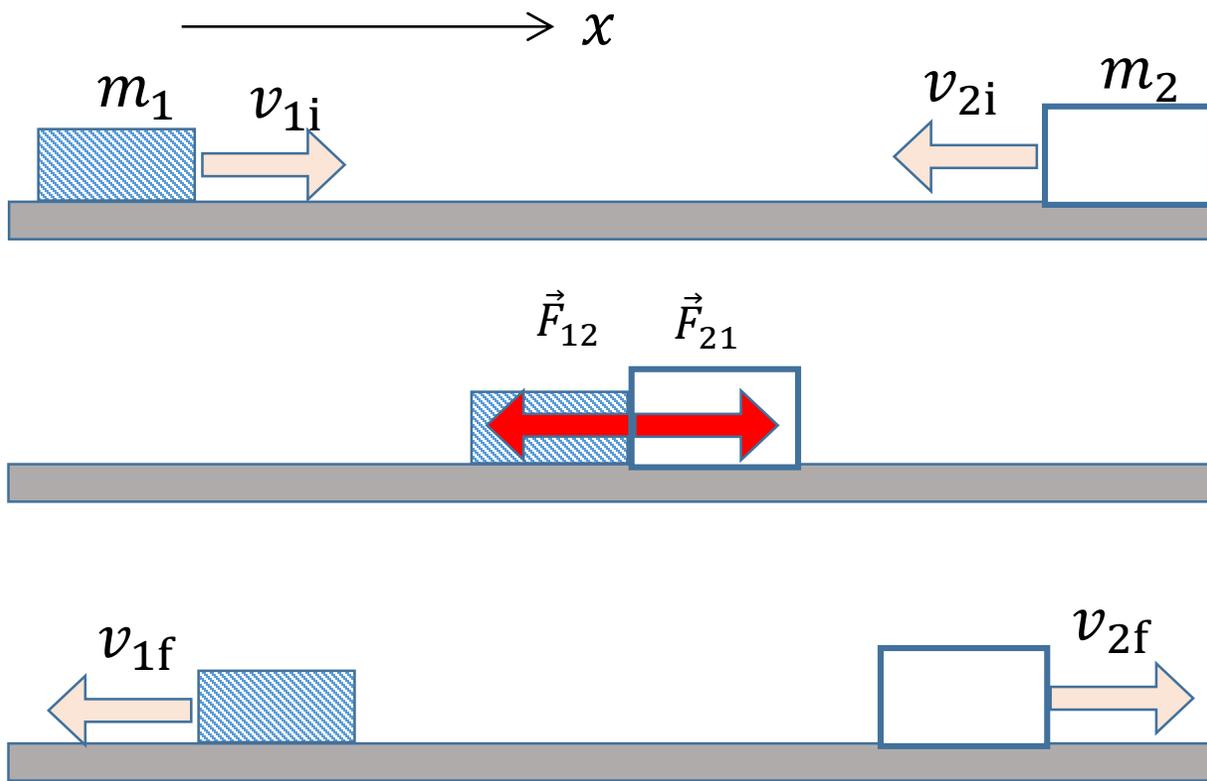
で計算される量を運動量 \vec{P} [kg · m/s] と呼ぶ。ここでの速度と運動量は、向きと大きさを持つベクトルで考えている。

図のように、右向きを x 軸正の向きとし、質量 m_1 [kg] の物体1が速さ(速度 \vec{v} の大きさ) v_{1i} [m/s] で右向きに、質量 m_2 [kg] の物体2が速さ v_{2i} [m/s] で左向きに運動している。それぞれの運動量は

$$\begin{aligned}\vec{P}_1 &= m_1\vec{v}_1 \\ \vec{P}_2 &= m_2\vec{v}_2\end{aligned}$$

なので、物体1の運動量の成分は正、物体2の運動量は負の量として書ける。

$$\begin{aligned}P_1 &= m_1v_1 \\ P_2 &= -m_2v_2\end{aligned}$$



この物体1と物体2が、衝突したところ、物体1が速さ v_{1f} [m/s] で左向きに、物体2が速さ v_{2f} [m/s] で右向きに運動した。

物体1に注目すると、衝突前の運動量は $\vec{P}_{1i} = m\vec{v}_{1i}$ で、衝突後の運動量は $\vec{P}_{1f} = m\vec{v}_{1f}$ となる。

この運動量の変化が時間 Δt で起こったとすると、時間当たりの運動量の変化は

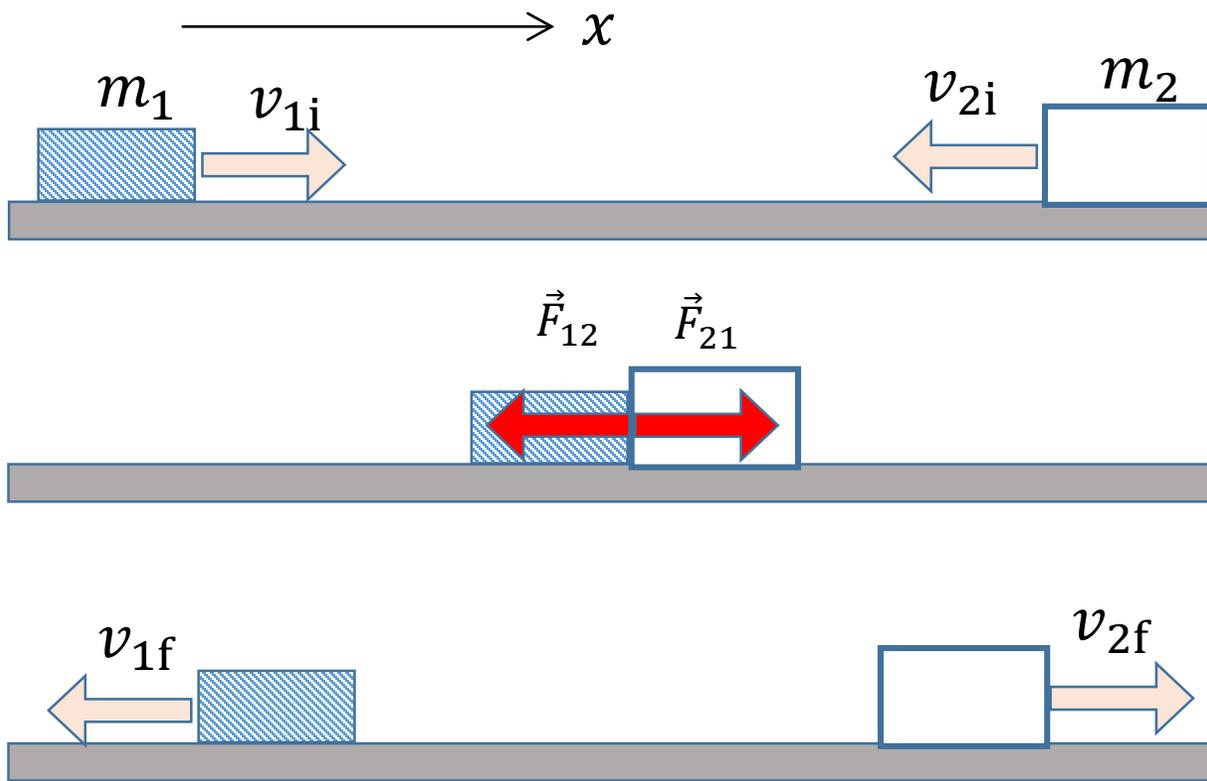
$$\frac{\Delta \vec{P}_1}{\Delta t} = \frac{\vec{P}_{1f} - \vec{P}_{1i}}{\Delta t} = m \frac{\Delta \vec{v}_1}{\Delta t}$$

と書ける。ここで $\Delta \vec{v}_1 = \vec{v}_{1f} - \vec{v}_{1i}$ は速度の変化を表す。 $\Delta \vec{v}_1 / \Delta t$ は加速度 \vec{a}_1 と書けるので

$$\frac{\Delta \vec{P}_1}{\Delta t} = m\vec{a}_1 = \vec{F}_{12}$$

のように、 $\Delta \vec{P}_1 / \Delta t$ は衝突時に物体2から受けた力 \vec{F}_{12} であることがわかる。そこで運動量の変化を次のように書く。

$$\Delta \vec{P}_1 = \vec{F}_{12} \Delta t$$



同様に、物体2の衝突前の運動量は $\vec{P}_{2i} = m\vec{v}_{2i}$ で、衝突後の運動量は $\vec{P}_{2f} = m\vec{v}_{2f}$ となる。

この運動量の変化は、衝突時に物体1から受けた力 \vec{F}_{21} を用いて、次のように書ける。

$$\Delta\vec{P}_2 = \vec{F}_{21}\Delta t$$

ニュートンの第3法則、「1から2に作用する（平均の）力 F_{21} は、2から1に作用する（平均の）力 F_{12} と大きさは同じで、向きは逆向き ($\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$) となる」を用いると、

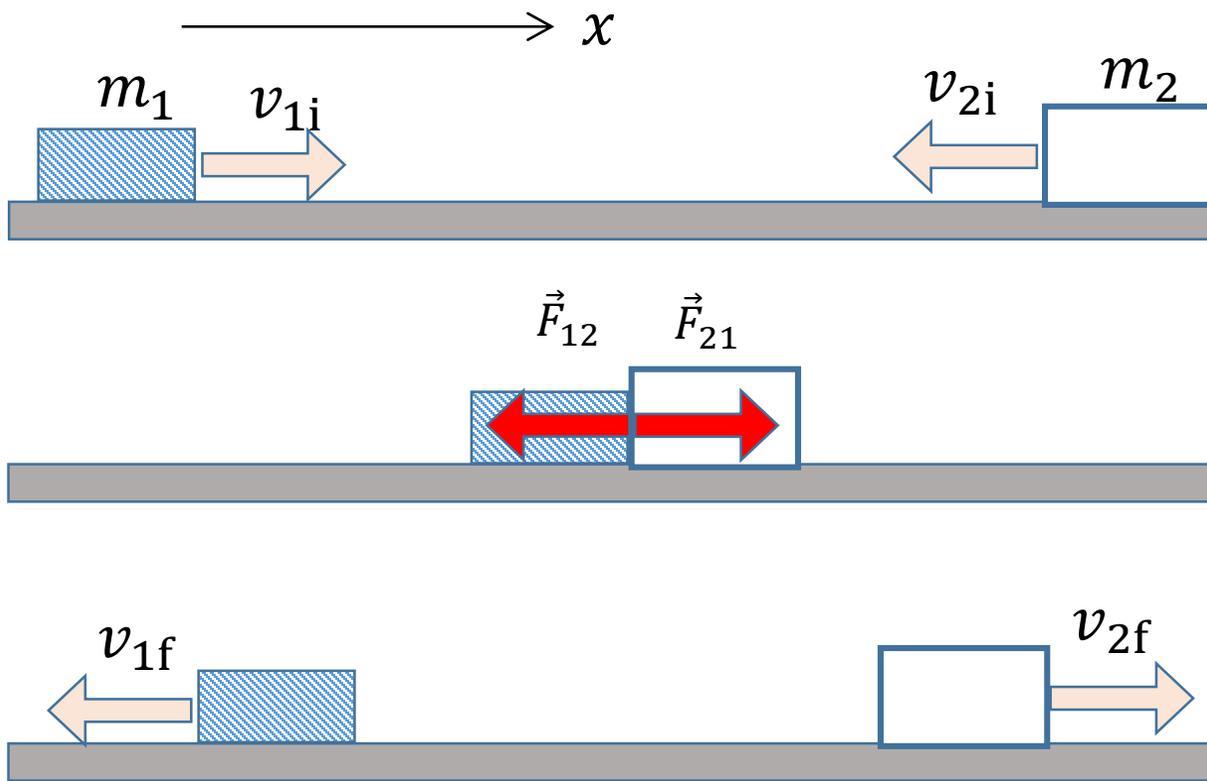
$$\begin{aligned}\Delta\vec{P}_1 &= -\vec{F}_{21}\Delta t \\ \Delta\vec{P}_2 &= \vec{F}_{21}\Delta t\end{aligned}$$

となり、この2式の和から、

$$\begin{aligned}\Delta\vec{P}_1 + \Delta\vec{P}_2 &= 0 \\ (\vec{P}_{1f} - \vec{P}_{1i}) + (\vec{P}_{2f} - \vec{P}_{2i}) &= 0\end{aligned}$$

$$\vec{P}_{1i} + \vec{P}_{2i} = \vec{P}_{1f} + \vec{P}_{2f}$$

となる。この式を運動量保存の法則と呼ぶ。



運動量保存の法則

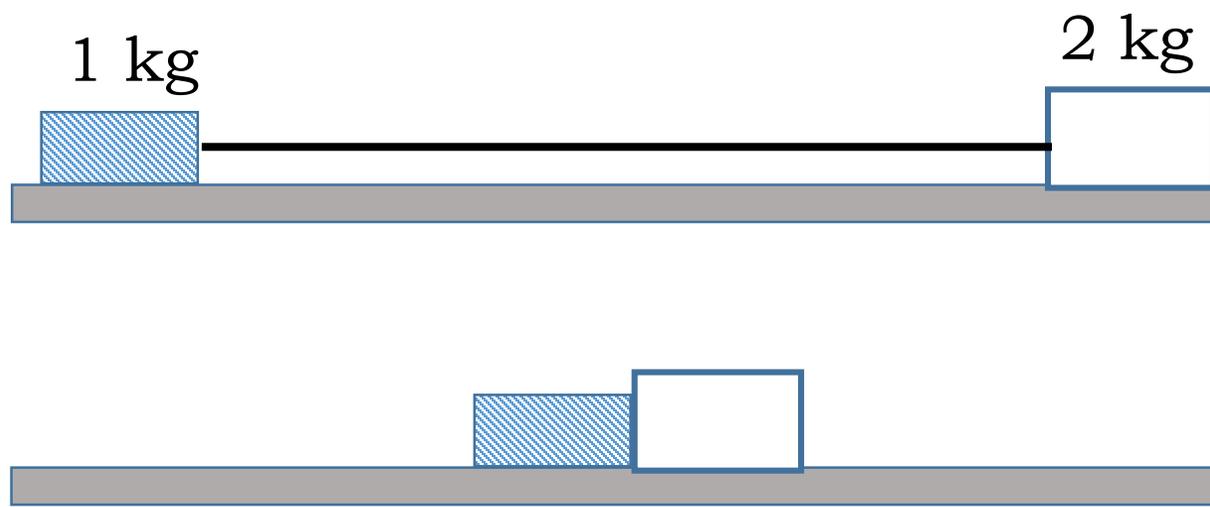
$$\vec{P}_{1i} + \vec{P}_{2i} = \vec{P}_{1f} + \vec{P}_{2f}$$

衝突前の
2物体の運動量

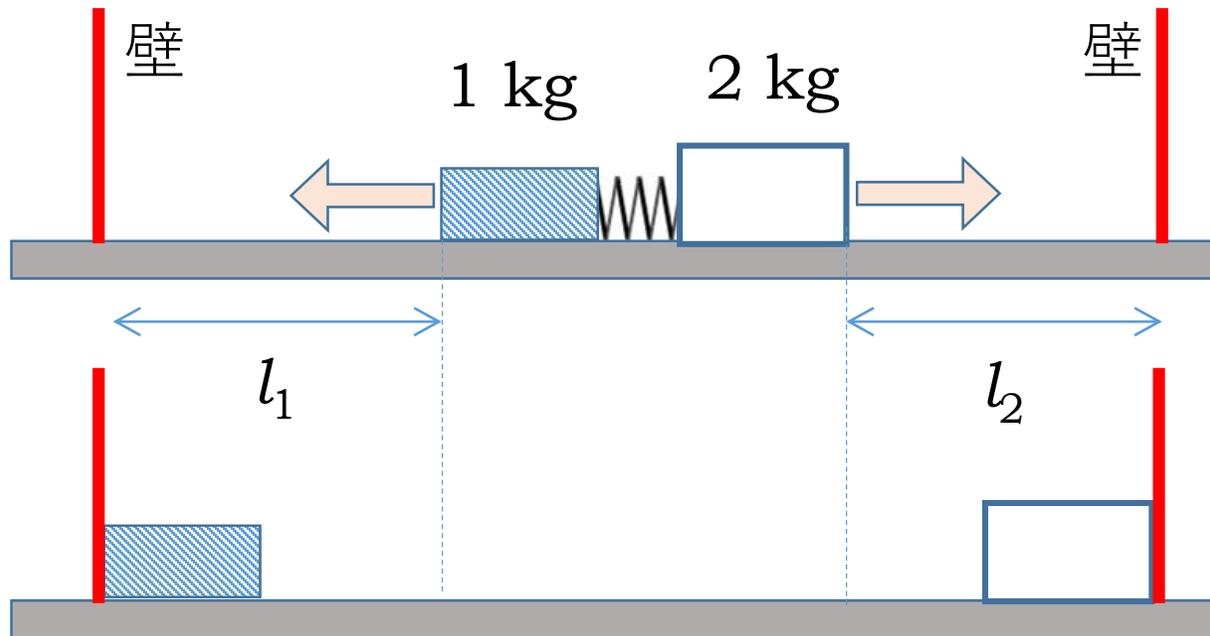
衝突後の
2物体の運動量

この関係式は、「衝突の前後で2つの物体の運動量の和（系の運動量）は、変わらない」ことを意味する。

この法則は、2物体間だけでなく、n個の多体でも成立する。また、衝突時にはエネルギーが減少する場合があるが、運動量はエネルギーの変化とは関係しない。



問1 図のような質量の台車をゴムでつなぎ、引張ってから離れた。台車にはマジックテープが取り付けられてあったため、衝突した台車同士が貼りついた。貼りついた後の台車の運動はどうか？説明せよ。



問2 摩擦が無視できる床の上に置かれた図のような質量の台車にバネを挟んで押し付け、同時に放したところ、台車は矢印の向きに進んだ。それぞれの台車の進行方向には、壁があり、2つの台車は同時に壁に衝突した。初めに台車が置かれていた位置から壁までの距離を l_1 、 l_2 とすると、 l_1 と l_2 の比はどうか？