

## サールの装置によるヤング率の測定

[実験テーマの概要]

サールの装置を用いて金属線のヤング率を測定する。

## 予習項目

- (1) ひずみ、応力の定義を調べよ。またヤング率の定義を調べよ。
- (2) 代表的な物質のヤング率を調べ、使用した文献名を記録しておきなさい。
- (3) 問1,2の解答を求めよ。

問1 断面積  $1 \times 10^{-6} \text{ m}^2$ 、( $1 \text{ mm}^2$ )、長さ  $1 \text{ m}$ 、  
弾性率  $10 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$  の真鍮線を  $10 \text{ N}$  で引っ張ると、伸びはいくらか？真鍮のヤング率を  $10.06 \times 10^{10} [\text{N/m}^2]$  とする。

問2 真鍮線が  $1 \text{ m}$  のとき、室温が  $5^\circ\text{C}$  変化すると、伸びはいくらか？真鍮の線膨張係数を  $20 \times 10^{-6} /^\circ\text{C}$  とする。

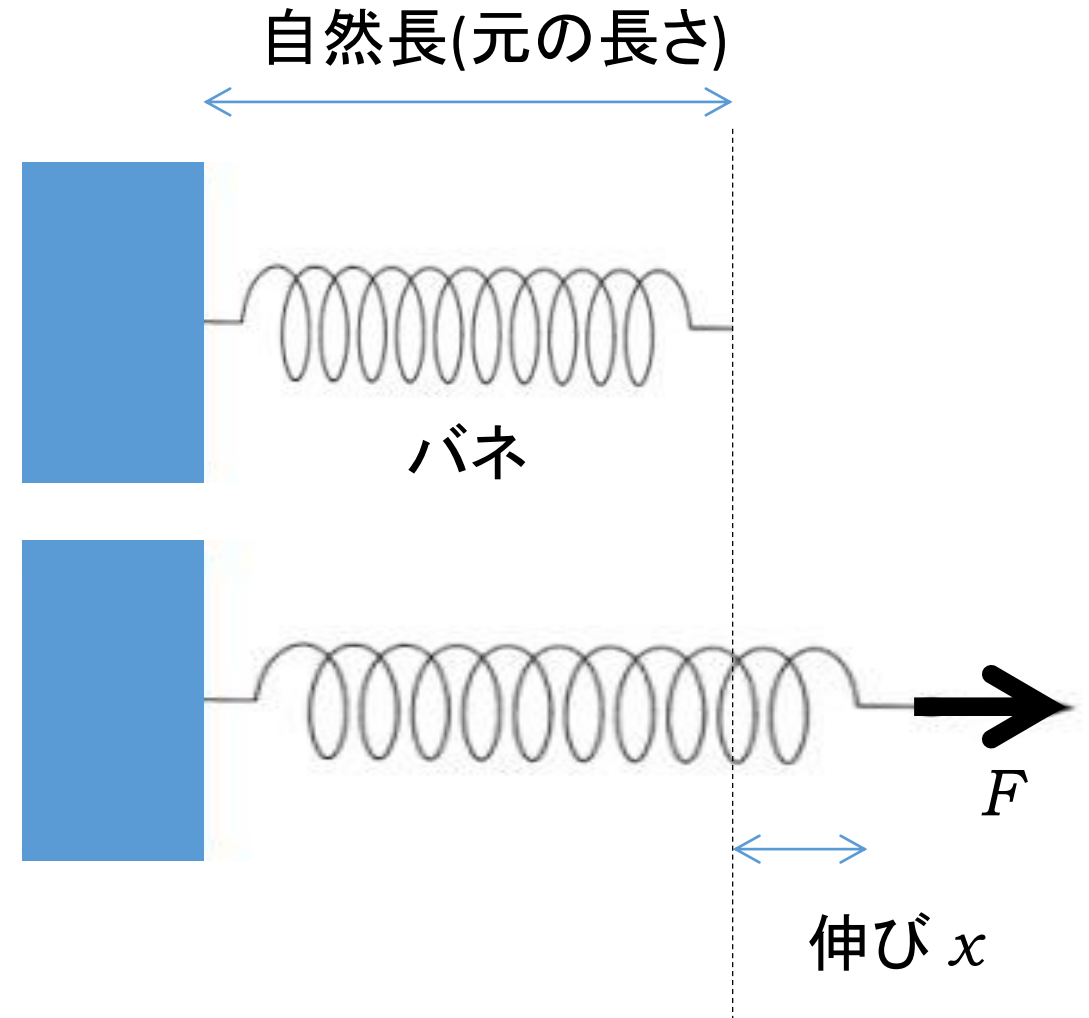
変形 物体に力を加えると形が変わる現象

ばねに一定の力を加えて引っ張ると、ばねは延びる。このとき、変形量(のび) $x$ は引っ張る力 $F$ に比例するため、

$$F = kx$$

と書ける。ここで $k$ はばね定数と呼ばれる比例定数である。

この関係は、変形させる作用と、その結果で変形した量は比例し、比例定数が変形のしづらさを意味する。



## ひずみ、応力

次に、金属線を長さ方向に引っ張り、変形を与えることを考える。長さ $l$ 、直径 $d$ の金属線に力 $F$ を与えて引っ張ると、長さが $\delta l$ 伸びるが、直径は $\delta d$ 細くなる。

このとき、変形量は引っ張る力の大きさだけでなく、その断面積 $A$ にも関係する。

そこで、変形させる作用を応力 $p$ と呼び、

$$p = \frac{F}{A}$$

と定義する。また、変形量は力を加える前の長さや直径も関係するので、

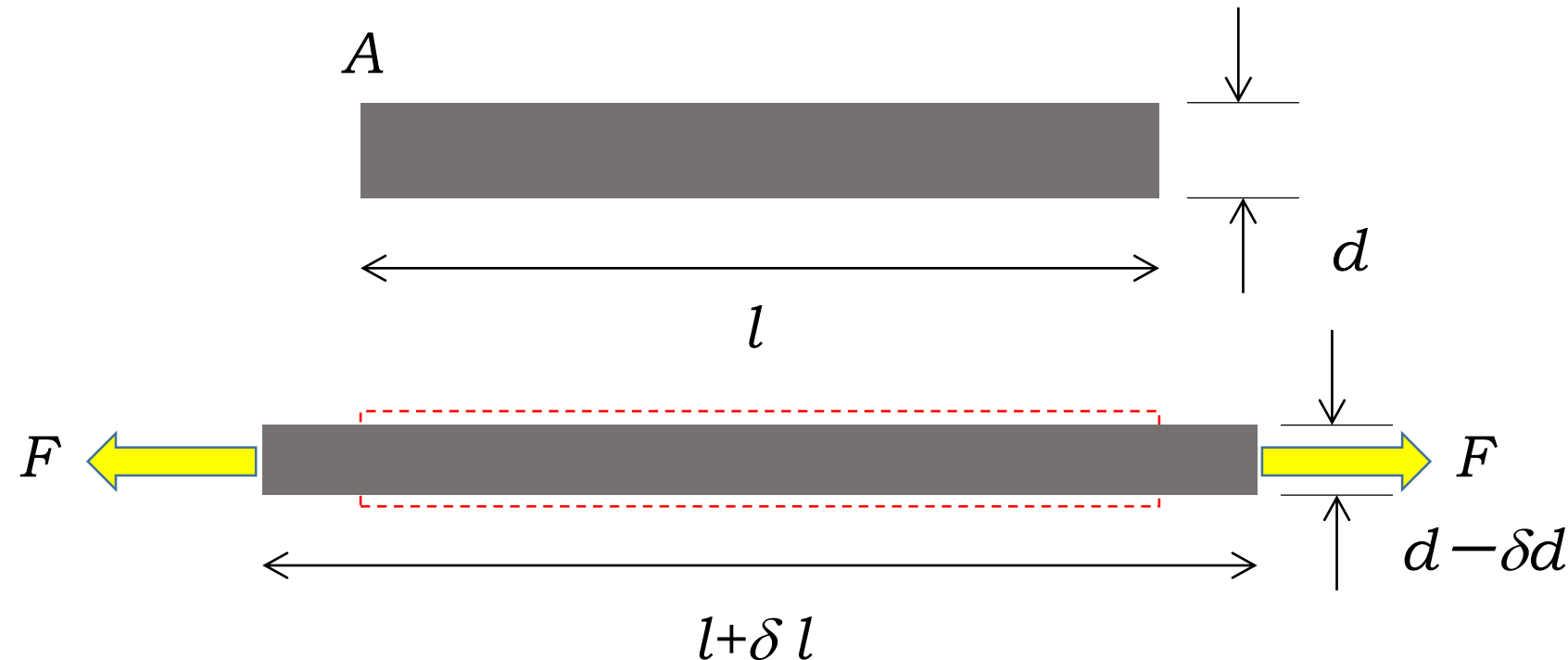
$$\varepsilon_1 = \frac{\delta d}{d}, \varepsilon_2 = \frac{\delta l}{l}$$

と書き、 $\varepsilon_1$ を横ひずみ(引っ張った方向に対して垂直な方向のひずみ)、 $\varepsilon_2$ を縦ひずみ(引っ張った方向のひずみ)と呼ぶ。

このとき、ばねのようにのびは引っ張る力に比例するように、ひずみ $\varepsilon$ は応力 $p$ に比例する。

$$p = E\varepsilon$$

ここで $E$ はヤング率と呼ばれ、材質によって決まる定数となる。



## ヤング率とポアソン比

代表的なヤング率は次の通りである。

天然ゴム	$1.5 \sim 5.0 \times 10^6 \text{ N/m}^2$
真鍮	$10.06 \times 10^{10}$
軟鉄	$21.14 \times 10^{10}$
ガラス	$7.13 \times 10^{10}$

ひずみは長さや直径が関係するため、応力を与える前の条件で決まる。一方、縦ひずみと横ひずみの比(ポアソン比, $\sigma$ )は材質に依存する。

$$\sigma = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$$

代表的な物質のポアソン比は、次の通りである。

天然ゴム	$\sim 0.46-0.49$
真鍮	$\sim 0.350$
ガラス	$\sim 0.22$

### 問1

断面積  $1 \times 10^{-6} \text{ m}^2$ 、( $1 \text{ mm}^2$ )、長さ  $1 \text{ m}$ 、弾性率  $10 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$  の真鍮線を  $10 \text{ N}$  で引っ張ると、伸びはいくらか？真鍮のヤング率を  $10.06 \times 10^{10} [\text{N/m}^2]$  とする。

$$\frac{F}{A} = E \frac{\delta l}{l}$$

$$\delta l = \frac{Fl}{AE} =$$

## 熱膨張

物体は温まると膨張し、冷えると収縮する。長さ $l$ の金属線を温めたときに膨張した長さ $\Delta l$ は、温度の増加 $\Delta T$ に比例するため、

$$\delta l = \alpha l \Delta T$$

と書ける。ここで $\alpha$ は線膨張係数と呼ばれ、材質によって決まる定数となる。

### 問2

真鍮線が1 mのとき、室温が $5^{\circ}\text{C}$ 変化すると、伸びはいくらか？真鍮の線膨張係数を $20 \times 10^{-6} / ^{\circ}\text{C}$ とする。

## 演習問題の解答

### 問1

断面積  $1 \times 10^{-6} \text{ m}^2$ 、 $(1 \text{ mm}^2)$ 、長さ  $1 \text{ m}$ 、弾性率  $10 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$ の真鍮線を  $10 \text{ N}$ で引っ張ると、伸びはいくらか？真鍮のヤング率を  $10.06 \times 10^{10} [\text{N/m}^2]$  とする。

$$\begin{aligned}\delta l &= \frac{Fl}{AE} = \frac{10 \text{ N} \times 1 \text{ m}}{(1 \times 10^{-6} \text{ m}^2) \times (10 \times 10^{10} \text{ N/m}^2)} \\ &= 1 \times 10^{-4} \text{ m} = 0.1 \text{ mm} = 100 \mu\text{m}\end{aligned}$$

### 問2

真鍮線が  $1 \text{ m}$  のとき、室温が  $5 \text{ }^\circ\text{C}$  変化すると、伸びはいくらか？真鍮の線膨張係数を  $20 \times 10^{-6} /^\circ\text{C}$  とする。

$$\begin{aligned}\delta l &= \alpha l \Delta T = 20 \times 10^{-6} /^\circ\text{C} \times 1 \text{ m} \times 5 \text{ }^\circ\text{C} \\ &= 1 \times 10^{-4} \text{ m} = 0.1 \text{ mm} = 100 \mu\text{m}\end{aligned}$$

本実験テーマでは、金属線におもりを吊るして一定の大きさの力で引っ張り、その伸びからヤング率を求める。

例えば、天井から吊るされた長さ  $1 \text{ m}$  の真鍮線に質量  $m = 100 \text{ g}$  のおもりを吊ると、真鍮線を引っ張る力は  $mg = 0.1 \text{ kg} \times 9.8 \text{ m/s}^2 = 1 \text{ N}$  で、 $0.1 \text{ mm}$  伸びる。

このとき、室温  $5 \text{ }^\circ\text{C}$  変化してしまうと、熱膨張による伸びも  $0.1 \text{ mm}$  なので、伸びの原因がどちらか判断がつかなくなり、真鍮線の伸びからヤング率が求められなくなる。

この実験条件でヤング率を2桁の有効数字で求めるなら、荷重による伸び  $0.1 \text{ mm}$  に対して熱膨張による温度変化を  $0.01 \text{ mm} = 10 \mu\text{m}$  程度に抑える必要がある。つまり、室温変化を  $0.5 \text{ }^\circ\text{C}$  程度に抑える必要がある。

そこで、本実験の目的を達成させるために、実験前後での温度変化を確認しながら、適切なタイミングで実験をせよ。